東大数学で証明する
核を使った問題解答法

核を掴む解き方

①まずは問題文の【　状況把握　】から始める

②【　語源　】と【　定義　】を理解してから解法を考える

③問題文を【　分解　】して【　簡略化　】を考える

円周率は 3.05 より大きいことを証明せよ

①円周率の語源と定義

②円周率のイメージ化

③円の定義

④円の簡略化

⑤問題文の状況整理

⑥定式化

⑦解答方針の決定

⑧簡略化した計算（概算）

⑨解答

①円周率の語源と定義

○○率って他には…

$$\text{打率} = \frac{\text{ヒットを打った打席}}{\text{全打席}}$$

$$= \text{全打席に対する、ヒットの率（割合）}$$

例えば、打率＝3 割だったら…

$$\text{打率} = \frac{\text{0.3 回ヒットを打つ}}{\text{1 打席}}$$

$$= \text{1 打席とした時のヒットを打つ回数}$$

円周率が 3.05 より大きいってどういう意味？

円周率 ＝ 3.14…

＝ π

＝ ？

円周率ってそもそも何？

円周率を使う公式（定義）は…

$$\text{円周} = \text{直径} \times \text{円周率}$$

$$\text{円周率} = \frac{\text{円周}}{\text{直径}}$$

$$= \text{直径に対する、円周の率（割合）}$$

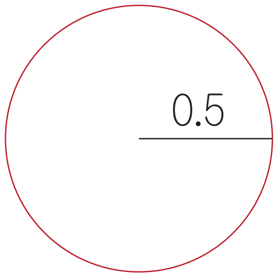
②円周率のイメージ化（状況把握）

円周率（π）が3.14…ってどういう意味？

$$\text{円周率} = \frac{\text{円周が}3.14\cdots}{\text{直径が}1}$$

＝ 直径１の円の円周が円周率（π）

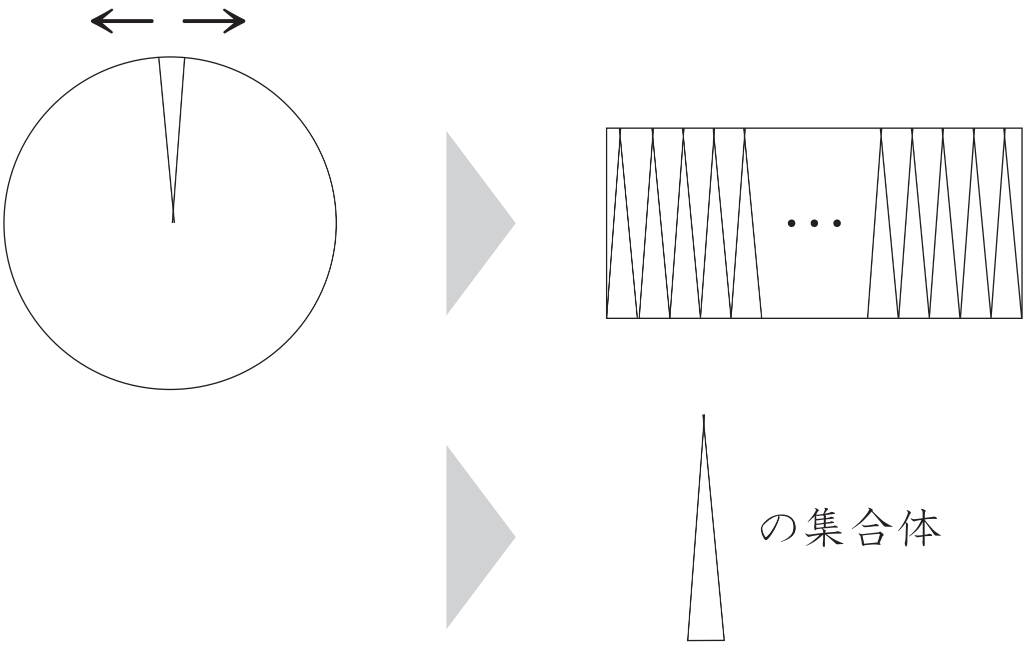
＝



③円の定義

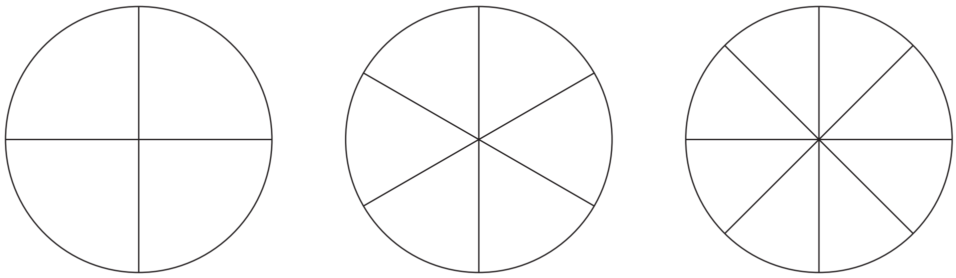
円周が何かより大きくなるってどうすればいいんだろう？

円ってそもそも何だっけ？



④円の簡略化

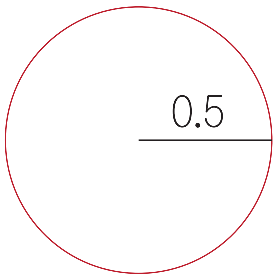
円が三角形で表せるなら、もう少し簡単に切ってみたら…

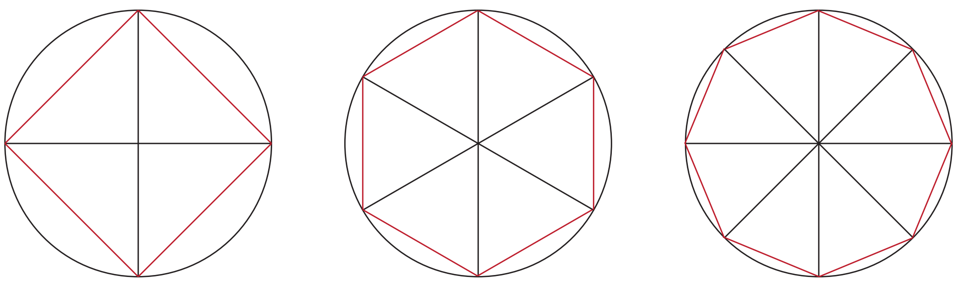


4 分の 1　　6 分の 1　　8 分の 1

⑤問題文の状況整理

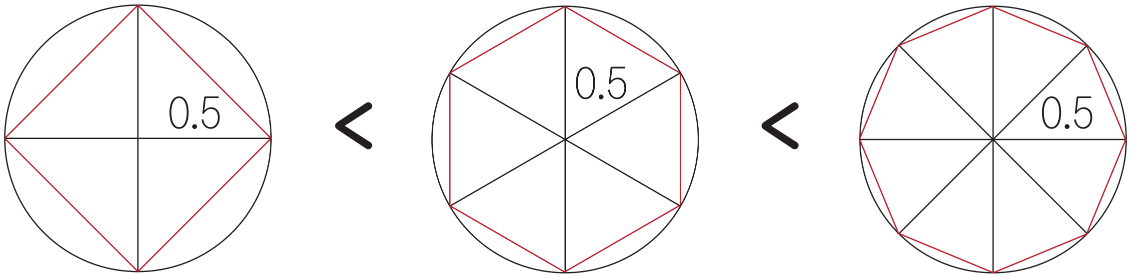
円が三角形で表せるなら、円周と比べるモノが必要だから…

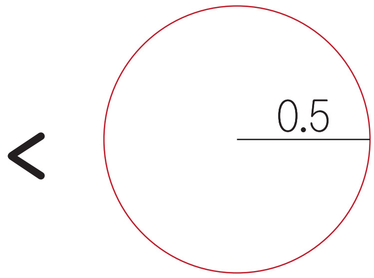
円周率　＝ 



⑥定式化

結局、 円周率は直径１の円の円周だから…





＝　円周率（π）

⑦解答方針の決定

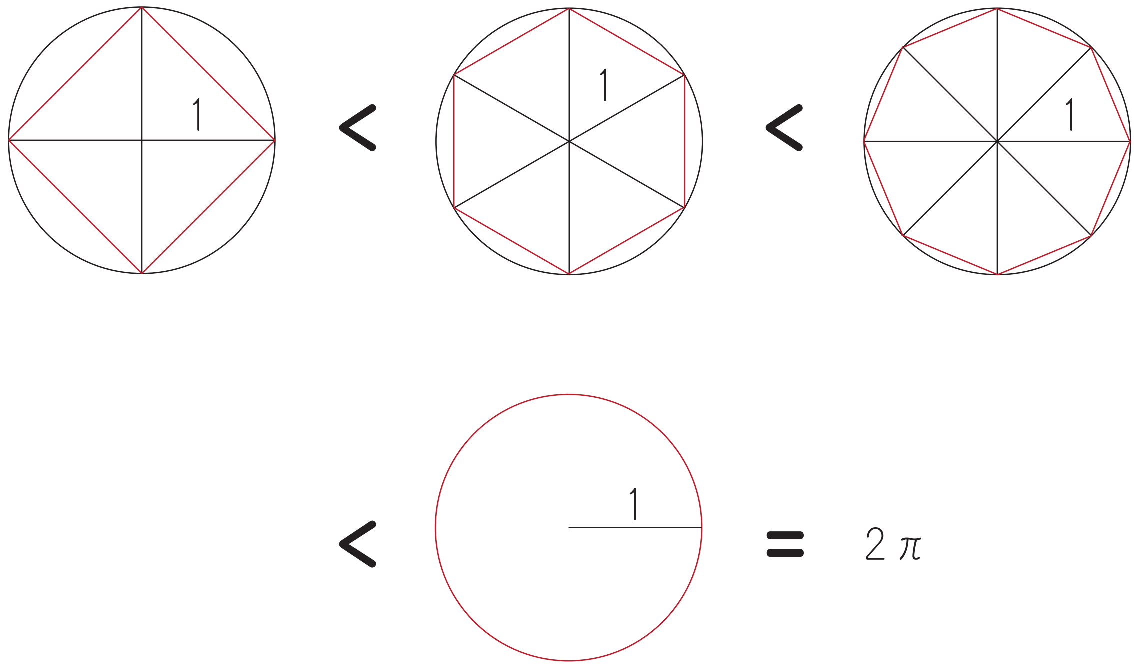
円に内接する正多角形を書いて、 外周の長さを計算する
その計算結果より円周が大きいというのを証明すれば…

円に内接する正多面体を書く

⑧導出プロセスの簡略化

直径１の円の円周だと、半径が 0.5 で計算しにくい

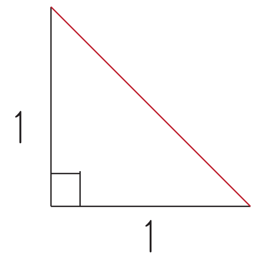
半径１の円と内接する正多角形で考える



⑨解答

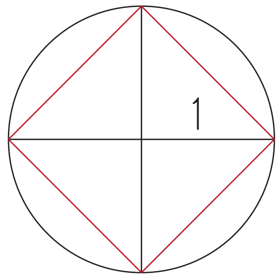
右図のような二等辺三角形において

赤線の長さは$\sqrt{2}$



よって、 半径 1 の円に内接する

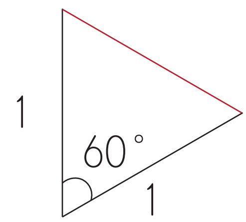
正方形の外周の長さは $4\sqrt{2} \fallingdotseq 5.65$ となり



$2\pi > 5.65 \Leftrightarrow \pi > 2.82$

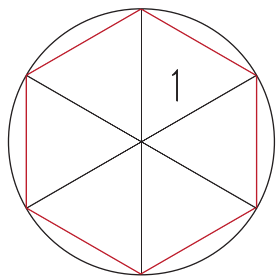
右図のような二等辺三角形において

赤線の長さは 1



よって、 半径 1 の円に内接する

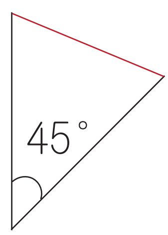
正六角形の外周の長さは 6 となり



$2\pi > 6 \Leftrightarrow \pi > 3$

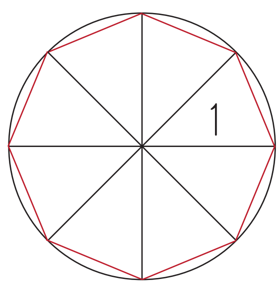
右図のような二等辺三角形において

赤線の長さ$\sqrt{(2-\sqrt{2})}$



よって、 半径 1 の円に内接する

正六角形の外周の長さは $8\sqrt{(2-\sqrt{2})}$ となり



$2\pi > 8\sqrt{(2-\sqrt{2})} \Leftrightarrow \pi > 4\sqrt{(2-\sqrt{2})} > 3.05$

※スペースが足りないので、 細かな計算や証明は省略しています。 解答の方針だけ確認してください。